
buzdağı

PYTHON'DA MODELLEME VE SİMÜLASYON

Bilim İnsanları ve Mühendisler için Bir Giriş

ALLEN B. DOWNEY

Yazar Hakkında

Allen Downey, DrivenData'da kadrolu bir bilim insanı ve Olin Üniversitesin'de emeritus profesördür. Olin Üniversitesin'de Modelleme ve Simülasyon dersleri vermiştir ayrıca yazılım ve veri bilimiyle ilgili başka dersler de vermiştir. Think Python, Think Bayes ve Elements of Data Science ders kitapları da dâhil olmak üzere çeşitli ders kitaplarının yazarıdır. Daha önceleri Wellesley Üniversitesi'nde ve Colby Üniversitesi'nde ders vermiştir. Doktora derecesini 1997'de Berkeley'deki Kaliforniya Üniversitesi'nde bilgisayar bilimleri bölümünden almıştır. Lisans ve yüksek lisans derecelerini MIT'teki (Massachusetts Institute of Technology) inşaat mühendisliği bölümünden almıştır. Veri bilimi ve Bayesci istatistikle ilgili olan Probably Overthinking It isimli blogun yazarıdır.

Teknik Eleştirmen Hakkında

Valerie Barr her alandaki öğrencileri bilgisayarlı hesaplamaya tabi kılmak için disiplinler arası uygulamalar ve müfredatla ilgili stratejilere odaklanmaya on yıldan fazla bir zaman harcamıştır. Buna modelleme ve simülasyon, veri görselleştirme ve şimdilerde veri bilimiyle kesişen öteki alanlarla ilgili dersler oluşturmak ve sunmak da dâhil olmuştur. Rutgers Üniversitesin'de bilgisayar bilimleri bölümünden doktora derecesine sahiptir. Mount Holyoke College'da Jean Sammet Kürsüsü'nde görev almıştır ve şu anda Bard College'da Margaret Hamilton Kürsüsü'nde görev yapmaktadır ve burada Bard Network Computing Initiative'i başlatmaktadır.

Yayın Numarası: 2407
1. Baskı: Nisan 2024
ISBN 978-625-98552-4-0

Genel Yayın Yönetmeni
Fatih ÖZDEMİR

Yazar
Allen B. DOWNEY

Çevirmen
Özgür KAYA

Editör
Doç. Dr. Vedat ÇELİK
Dr. Mustafa Murat ARAT

Son Okuma
Muhammed TOPRAK

Dizgi
Veysel TOPRAK

Sertifika Numarası: 41825
Buzdağı Yayınevi
Yeni Bağlıca Mah.
1068 Sok. No:4/1
Etimesgut/ANKARA
t: +90 312 219 55 43
info@buzdagiyayinevi.com

Baskı
Başak Matbaacılık
51529

İçindekiler

Kitaba Genel Bir Bakış

Bu kitap üç kısım hâlinde düzenlenmiştir. Kısım I ayrık bileşenlerden oluşan sistemlerle ilgilidir. Örnekler arasında bisiklet paylaşım sistemi ve nüfus artışı bulunmaktadır. Bu kısımdaki bölümler aşağıdaki gibidir:

Bölüm 1: Modellemeye Giriş Bu bölüm, modelleme çerçevesini tanıtmakta ve düşen peni efsanesini test etmek suretiyle bu yazılım çerçevesini açıklamaktadır. Ayrıca, bu bölüm, metre ve kilogram gibi birimlerle hesaplama yapmaya yarayan bir kütüphane olan Pint'i sunmaktadır.

Bölüm 2: Bir Bisiklet Paylaşım Sistemini Modellemek Bu bölüm, modelleme çerçevesini bir bisiklet paylaşım sistemine uygulamakta ve fonksiyonlar, döngüler ve `TimeSeries` veri yapısı da dâhil olmak üzere bu kitap boyunca ihtiyacımız olacak programlama araçlarından bazılarını tanıtmaktadır.

Bölüm 3: Yinelemeli Modelleme Bu bölüm, bisiklet paylaşım modelimizi kademeli bir şekilde geliştirmek suretiyle yinelemeli modelleme sürecini açıklamaktadır. Bu süreç, bisikletleri takip etmek için State nesnelerini kullanmaktadır ve negatif bisikletler gibi imkânsız koşulları denetlemektedir.

Bölüm 4: Parametreler ve Metrikler Bisiklet paylaşım modelini çalıştırıyoruz ve modeli, müşteri talebindeki değişiklikler gibi bir dizi koşullar altında sistemin davranışını tahmin etmek için kullanıyoruz. Ayrıca, kodu test etme ve koddan hata ayıklama yolları da öneriyoruz.

Bölüm 5: Bir Nüfus Modeli Geliştirmek Bu bölüm, dünyanın nüfus artışıyla ilgili beş bölümden ilkidir. Bölüm, son elli yılın verileriyle başlamaktadır ve verilere uyup uymadıklarını görmek için çeşitli modelleri test etmektedir.

Bölüm 6: Nüfus Modelini Yinelemek Burada nüfus modelimizi kademeli olarak geliştiriyoruz modeli daha gerçekçi hâle getirmek ve kodu okunması ve değiştirilmesi daha kolay hâle getiriyoruz. Ayrıca, modellediğimiz sistemle ilgili bilgileri temsil eden System nesnesini tanıtıyoruz.

Bölüm 7: Artışın Sınırları Bu bölümde, nüfus artışının sınırlarını temsil etmek için modele yeni özellikler ekliyoruz ve fonksiyonları test etmek ve hata ayıklamak için yollar öneriyoruz.

Bölüm 8: Geleceğe Yönelik Tahminlerde Bulunmak Burada gelecek 80 yılla ilgili projeksiyonlar üretmek ve bu projeksiyonları profesyonel demografların tahminleriyle karşılaştırarak dünya nüfusu üzerine olan çalışmamıza devam ediyoruz.

Bölüm 9: Analiz ve Sembolik Hesaplama Bu bölüm, dünya nüfusu modellerimizi analiz etmek için matematiksel yöntemler sunmakta ve sembolik hesaplama yapmaya yarayan bir kütüphane olan SymPy'ı tanıtmaktadır. Bu bölüm, matematiksel analizi sevenleri ilgilendirmelidir fakat isteğe bağlıdır: Bu bölümü atlamayı tercih ederseniz, kitapta daha sonraları ihtiyacınız olacak hiçbir şeyi kaçırmış olmazsınız.

Bölüm 10: Örnek Durum İncelemeleri Kısım I Bu bölüm, şu ana dek öğrendiğimiz yöntemleri çeşitli konulara uygulayan dört örnek durum incelemesini sunmaktadır: Tarih öncesi dünya nüfusu, vahşi yaşam nüfusu, ağaç büyümesi ve kuyruklama sistemleri.

Kısım II, ısınıp soğuyan nesneler, kimyasal konsantrasyonlar ve tepkimeler ve bulaşıcı hastalığın yayılması da dâhil olmak üzere birinci dereceden diferansiyel denklemlerle açıklanabilen sistemlerle ilgilidir. Aşağıda bölümlerin dökümü bulunmaktadır:

Bölüm 11: Epidemiyoloji ve SIR Modelleri Bulaşıcı hastalığın modellenmesi üzerine olan dört bölümün ilki olmak üzere, bu bölüm, SIR modelini ve `TimeFrame` veri yapısını tanıtmaktadır.

Bölüm 12: Müdahaleleri Nicelemek Bu bölüm, karantina ve bağışıklama gibi bulaşıcı hastalığa yönelik müdahalelerin etkisini nicelemek için SIR modelini kullanmakta ve sürü bağışıklığı hadisesini incelemektedir.

Bölüm 13: Parametreleri Taramak Bu bölüm, enfeksiyonun ve iyileşme oranlarının bulaşıcı bir hastalığın ilerleyişi üzerindeki etkisini incelemekte ve `SweepFrame` veri yapısını tanıtmaktadır.

Bölüm 14: Boyutsuzlaştırma Burada SIR modeliyle olan işimizi sonlandırıyoruz. Enfeksiyon oranı, iyileşme oranı ve bir hastalığın bulaşıcılığını ölçen temel çoğalma (üreme) sayısı arasındaki ilişkiyi anlamak için matematiksel analiz kullanıyoruz. Bu bölüm isteğe bağlıdır.

Bölüm 15 Termal Sistemler Termal sistemlerle ilgili iki bölümün ilki olmak üzere, bu bölüm, kahvenin soğuması problemini tanıtmaktadır. Bu problem, sıcaklık ve ısı akışı arasındaki ilişkiyi incelemektedir.

Bölüm 16: Kahve Problemini Çözmek Optimal karıştırma zamanını bulmak için farklı sıcaklıklardaki kahve ve süt karışımını modellemek suretiyle kahvenin soğuması problemini tamamlıyoruz.

Bölüm 17: Kan Şekerini Modellemek İnsan vücudundaki glikoz ve insülinin etkileşimini modellemek suretiyle kan şekerinin regülasyonunu inceleyen iki bölümden ilkidir. Bu bölüm interpolasyon (aradeğerleme) kavramını tanıtmaktadır.

Bölüm 18 Minimal Modeli Gerçeklemek Glikoz-insülin modelini bir ODE çözücüsü ve diferansiyel denklemlerle çalışan sayısal bir yöntem kullanarak uyguluyoruz. ODE (ÇN: Ordinary Differential Equations kısaltması, adi diferansiyel denklemler) çözücü, diferansiyel denklemler çözmek için kullanılan bir sayısal yöntemdir.

Bölüm 19: Örnek Durum İncelemeleri Kısım II Bu bölüm, bir elektrik devresi, ısıl olarak yalıtıcı bir duvar ve HIV ile bağışıklık sisteminin etkileşimi de dâhil olmak üzere şu ana dek öğrendiğimiz araçları çeşitli problemlere uygulayan örnek durum incelemelerini sunmaktadır.

Kısım III, uzayda hareket eden ve dönen nesneler de dâhil olmak üzere, ikinci dereceden diferansiyel denklemlerle açıklanan sistemlerle ilgilidir. Örnekler arasında beyzbol topu gibi fırlatılan cisimler ve yo-yo gibi dönen nesneler yer almaktadır. Bölümler şu şekildedir:

Bölüm 20: Düşen Peniye Yeniden Bakış Bölüm 1'deki düşen peni örneğine geri dönüyoruz. Bu sefer bir boyutta ilerleyen fırlatılmış bir cismi modellemek için bir ODE çözücü kullanıyoruz.

Bölüm 21: Sürükleme Hava direncinden kaynaklanan sürüklemeyi de dâhil etmek için düşen peni modelini genişletiyoruz. Hava direnci olmadan sonuçlar doğru olmaya yakın bile değildir.

Bölüm 22: İki Boyutlu Hareket Hava direnci etkisi de dâhil olmak üzere bir beyzbol topunun uçuşunu modellemek için bir boyuttan iki boyuta geçiyoruz. Basit animasyonlar kullanarak sonuçları görselleştiriyoruz.

Bölüm 23: Optimizasyon Bir optimizasyon sorusunu çözerek beyzbol örneğini sonlandırıyoruz. Fenway Park'ta sayı vuruşu yapmak için gereken minimum çaba nedir?

Bölüm 24: Dönme Hareketi Dönme hareketi üzerine olan iki bölümün ilki olmak üzere, bu bölüm, açısal hız kavramını sunmakta ve bu kavramı bir tuvalet kâğıdı rulosunu üretme örneğine uygulamaktadır.

Bölüm 25: Tork Bu bölüm tork ve açısal ivmelenme kavramlarını tanıtarak kuvvet ve dönme hareketi içeren sistemlerin modellenmesini mümkün kılmaktadır.

Bölüm 26: Örnek Durum İncelemeleri Kısım III Bu bölüm, bir bungee atlayıcısı, bir yo-yo, Örümcek Adam ve bir tuvalet kâğıdını açan bir kedi yavrusu da dâhil olmak üzere, öğrendiklerimizi çeşitli sistemlere uygulayan altı örnek durum incelemesini sunmaktadır.

Her bir bölümün sonunda, öğrendiklerinizi uygulayabileceğiniz en az bir alıştırma sunuyoruz. Her bir kısmın sonunda, daha geniş çeşitlilikteki problemlerle çalışabileceğiniz örnek durum incelemeleri sunuyoruz.

Son olarak, kitabın ek kısmı "kapağı kaldırmakta" ve ODE çözücü, kök bulucu ve optimize edici de dâhil olmak üzere, kullandığımız bazı yöntemlerin ayrıntılarını açıklamaktadır.

Modellemeyi Öğretmek

Modellemenin temel becerileri –soyutlama, analiz, simülasyon ve doğrulama– mühendislik, doğa bilimleri, sosyal bilimler, tıp ve diğer birçok alanda merkezdedir. Bazı öğrenciler bu becerileri dolaylı olarak öğrenir fakat çoğu okulda bu beceriler açık bir şekilde öğretilmez ve öğrenciler az pratik yapmış olurlar. Bu kitabın ele almayı amaçladığı problem budur.

Olin Üniversitesi'nde bu becerileri bütün öğrencilerin ilk altı aylık dönemde aldıkları Modelleme ve Simülasyon adlı bir derste öğretiyoruz. Bu dersi meslektaşlarım John Geddes ve Mark Somerville ile birlikte oluşturduk ve ilk kez 2009'da verdik. Bu ders, modellemenin açık bir şekilde, erkenden ve müfredat boyunca öğretilmesi gerektiği yönündeki inancımıza dayanmaktadır. Bu ders aynı zamanda hesaplamanın bu sürecin gerekli bir parçası olduğu yönündeki kanaatimize de dayanmaktadır. Eğer öğrenciler elle yapabildikleri matematiksel analizle sınırlı iseler, vakum içerisinde hareket eden atılmış bir cisim veya sürtünmesiz bir düzlem üzerindeki bir blok gibi az sayıdaki basit fiziksel sistemle sınırlı olurlar. Ve bu öğrenciler birçok kötü model görürler. Yani amaçladıklarıyla karşılaştırıldığında çok basit olan modeller.

Giriş niteliğindeki çoğu fizik dersinde öğrenciler modelleme kararları vermez. Bazen onlar için verilmiş kararların farkında bile değildirler. Amacımız modelleme sürecinin tamamını öğretmek ve öğrencilere bu sürecin pratiğini yapma şansı vermektir.

Ayrıca, programlamayı bir ön koşul olarak istemek yerine programlama ve modellemeyi aynı anda öğretmenin değerli olduğunu düşünüyoruz. Çoğu programlama dersi temel dil özelliklerinden başlayarak ve kademeli olarak daha güçlü araçlar ekleyerek aşağıdan yukarıya doğru ilerler. Sonuç olarak öğrencilerin Fahrenheit'ı Celsius'a çevirmekten daha ilginç bir şeyler yapabilmesi uzun zaman alır. Ve sıklıkla öğrencilerin bağlamı olmaz. Öğrenciler zihinlerinde belirli

5 sayıyı içerir. Sonuç, bir NumPy dizisidir ve bu dizi daha önce görmediğimiz yeni bir nesne türüdür. Dizi, bir sayı sekansının konteyneridir.

Bir diziyi bir `for` döngüsünde şu şekilde kullanabiliriz:

```
for p1 in p1_array:
    print(p1)
```

```
0.0
0.25
0.5
0.75
1.0
```

Bu döngü çalıştığında şunları yerine getirir:

1. Diziden ilk değeri alır ve p1'e atar.
2. Döngünün gövdesini çalıştırır ve bu da p1'i ekrana yazdırır.
3. Diziden bir sonraki değeri alır ve p1'e atar.
4. Döngünün gövdesini çalıştırır ve bu da p1'i ekrana yazdırır.

Döngü bunları dizinin sonuna ulaşıncaya dek yapar. Bu, bir sonraki kısımda kullanışlı olacaktır.

4.3 Parametreleri Taramak

`p1` ve `p2` gibi parametrelerin gerçek değerlerini bilirsek, bu değerleri, bir saat sonra Olin'de kaç tane bisikletin olacağı gibi spesifik tahminler yapmak için kullanabiliriz.

Ancak tahmin yapmak tek amaç değildir. Bunun gibi modeller, sistemlerin neden öyle davrandıklarını açıklamak ve alternatif tasarımları değerlendirmek için de kullanılır. Örneğin sistemi gözlemler ve bisikletlerin sıklıkla belirli bir zamanda tükendiğini fark edersek, neden böyle olduğunu anlamak için modeli kullanabiliriz. Ve eğer daha fazla bisiklet veya başka bir istasyon eklemeyi düşünüyorsak, çeşitli "eğer böyle olursa ne olur" senaryolarının etkisini değerlendirebiliriz.

Bir örnek olarak, p2'nin yaklaşık 0.2 olduğunu kestirmek için yeterince veriye sahip olduğumuzu fakat p1 hakkında hiçbir bilgimizin olmadığını farz ediniz. p1'in bir aralıktaki değerleriyle birlikte simülasyonlar gerçekleştirebilir ve sonuçların nasıl değiştiğini görebiliriz. Bu süreç, parametrenin değerinin

olası bir değerler aralığı boyunca "tarandığı" anlamına gelecek şekilde, bir parametreyi *taramak* olarak adlandırılır.

Döngüler ve diziler hakkında bilgi sahibi olduğumuza göre onları aşağıdaki gibi kullanabiliriz:

```
p1_array = linspace(0, 0.6, 6)
p2 = 0.2
num_steps = 60

for p1 in p1_array:
    final_state = run_simulation(p1, p2, num_steps)
    print(p1, final_state.olin_empty)
```

```
0.0 0
0.12 0
0.24 0
0.36 3
0.48 14
0.6 11
```

Döngü boyunca her seferinde farklı bir `p1` değeri ve aynı `p2` değeri olan `0.2` ile bir simülasyon yaparız. Ardından, `p1`'i ve Olin'deki memnun olmayan müşteri sayısını ekrana yazdırırız.

Sonuçları kaydetmek ve çizdirmek için `TimeSeries` nesnesine benzer olan SweepSeries nesnesini kullanabiliriz. İkisi arasındaki fark, `SweepSeries` nesnesindeki etiketlerin zaman değerlerinden ziyade parametre değerleri olmasıdır.

Boş bir `SweepSeries` nesnesini şu şekilde oluşturabiliriz:

```
sweep = SweepSeries()
```

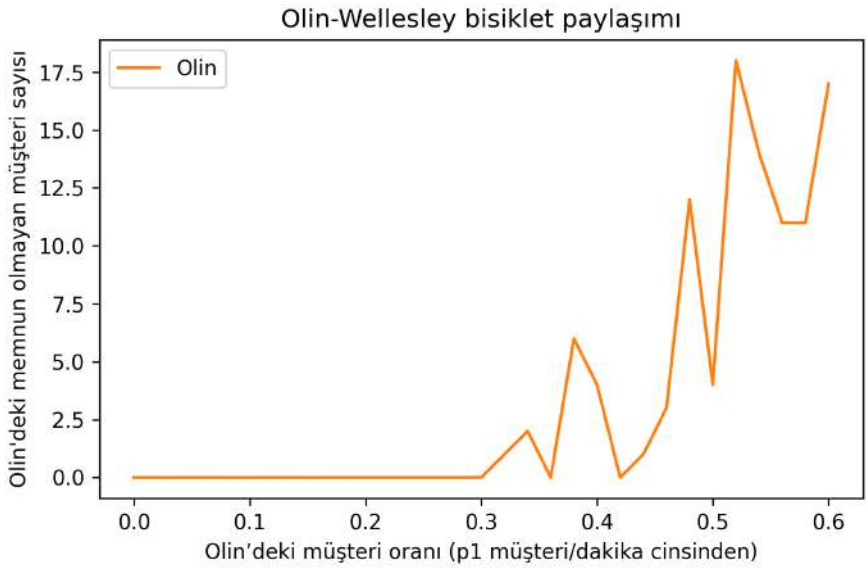
ve şu şekilde değerler ekleyebiliriz:

```
p1_array = linspace(0, 0.6, 31)

for p1 in p1_array:
    final_state = run_simulation(p1, p2, num_steps)
    sweep[p1] = final_state.olin_empty
```

Sonuç, `p1`'in her bir değerini memnun olmayan müşteri sayısına eşleyen bir `SweepSeries` nesnesidir.

`SweepSeries`'in elemanlarını şu şekilde çizdirebiliriz:

```
sweep.plot(label='Olin', color='C1')
decorate(title='Olin-Wellesley bisiklet paylaşımı',
  xlabel="Olin'deki müşteri oranı (p1 müşteri/dakika cinsinden)",
  ylabel="Olin'deki memnun olmayan müşteri sayısı")
```

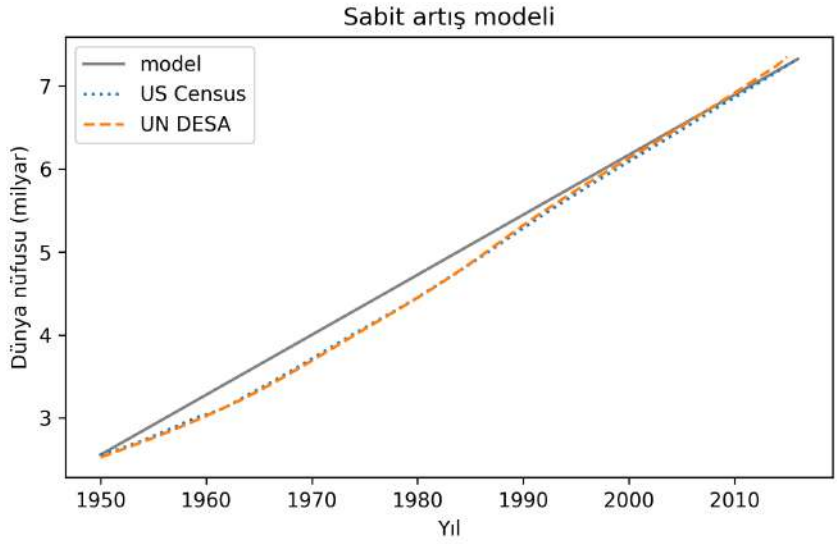


`color = 'C'` argümanı çizginin rengini belirtir (bu kitabın basılı versiyonunda bunu göremeyeceksiniz). Şimdiye dek çizdirdiğimiz `TimeSeries`, mavi, yani C0 varsayılan rengini kullanmaktadır. `TimeSeries` olmadığını bize hatırlatması için `SweepSeries` için farklı bir renk kullanıyorum.

Olin'deki varış hızı düşükken bol miktarda bisiklet mevcuttur ve memnun olmayan müşteri yoktur. Varış hızı arttıkça bisikletlerin tükenmesi daha muhtemel olur ve memnun olmayan müşteri sayısı artar. Çizgi çentiklidir çünkü simülasyon rastgele sayılara dayanmaktadır. Bazen şanslıyızdır ve memnun olmayan müşteri sayısı nispeten azdır. Öteki zamanlar ise şanssızızdır ve memnun olmayan müşteri sayısı fazladır.

4.4 Artımlı Geliştirme

Birkaç satırdan daha uzun olan programlar yazmaya başladıkça kendinizi hata ayıklamaya daha fazla vakit harcarken bulabilirsiniz. Hata ayıklamaya başlamadan önce ne kadar çok kod yazarsanız, problemi bulmak o kadar zor olur.



Fonksiyonları ve System nesnelerini kullanmanın büyük bir ilerleme olduğu aşikâr olmayabilir ve sadece bir kere çalıştırdığımız basit bir model için belki de bu, büyük bir ilerleme olmayabilir. Ancak daha karmaşık modellerle çalıştıkça ve farklı parametrelerle birçok simülasyon gerçekleştirdiğimiz zaman, kodu bu şekilde düzenlemenin büyük bir fark oluşturduğunu göreceğiz.

Şimdi modeli iyileştirip iyileştiremeyeceğimizi görelim.

6.2 Oransal Bir Artış Modeli

Sabit artış modeliyle ilgili en büyük problem anlamlı olmamasıdır. Dünya genelinde insanların nüfus artışını yıldan yıla sabit tutmak için nasıl anlaşabileceklerini hayal etmek zordur. Her yıl nüfusun bir kısmı ölürken ve bir kısmı doğururken nüfustaki net değişimi şu şekilde hesaplayabiliriz:

```
def run_simulation2(system):
    results = TimeSeries()
    results[system.t_0] = system.p_0

    for t in range(system.t_0, system.t_end):
        births = system.birth_rate * results[t]
        deaths = system.death_rate * results[t]
        results[t+1] = results[t] + births - deaths

    return results
```

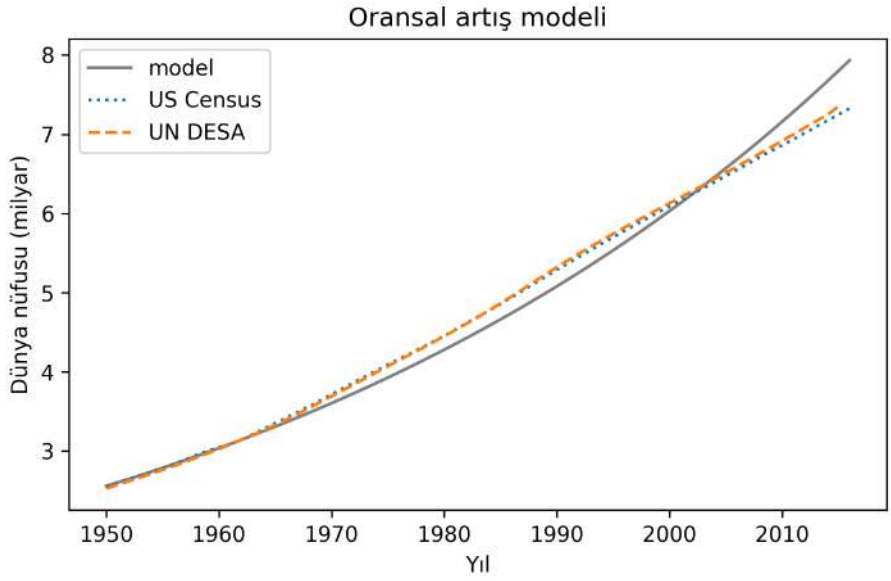
Döngü boyunca her seferinde doğum sayısını hesaplamak için `birth_rate` parametresini, ölüm sayısını hesaplamak için `death_rate` parametresini kullanıyoruz. Fonksiyonun geri kalanı `run_simulation1` ile aynıdır.

Artık `birth_rate` ve `death_rate` parametrelerinin verilere en iyi uyan değerlerini seçebiliriz. Ölüm oranı için kabaca 2020'deki küresel ölüm oranı olan 1000 kişide 7.7 ölümü kullanacağız (*https://www.indexmundi.com/world/death_rate.html*). Nüfus verilerine uymak için doğum oranını elle seçtim.

```
system.death_rate = 7.7 / 1000
system.birth_rate = 25 / 1000
```

Simülasyonu çalıştırıp, sonuçları çizdirdiğimizde şunları elde ederiz:

```
results2 = run_simulation2(system)
results2.plot(label='model', color='gray')
plot_estimates()
decorate(title='Oransal artış modeli')
```



Oransal model 1950'den 1965'e kadar verilere iyi uymaktadır fakat 1965'ten sonra o kadar da iyi uymamaktadır. Genel olarak, uymanın kalitesi sabit artış modeli kadar iyi değildir ve bu, şaşırtıcıdır çünkü oransal model daha gerçekçi gibi görünmektedir.

Bir sonraki bölümde anlamlı olan ve verilere uyan bir model bulmak için bir deneme daha yapacağız. Ancak öncelikle koda birkaç iyileştirme daha yapalım.

6.3 Güncelleme Fonksiyonunu Hesaba Katmamak

Bir sonraki yıl için nüfusu hesapladığımız `for` döngüsünün gövdesi hariç `run_simulation1` ve `run_simulation2` neredeyse özdeştir. Özdeş kodu tekrarlamaktan ziyade, değişen şeyleri değişmeyenlerden ayırabiliriz. Öncelikle doğumları ve ölümleri `run_simulation2` fonksiyonundan çıkaracağız ve bir fonksiyon oluşturacağız:

```
def growth_func1(t, pop, system):
    births = system.birth_rate * pop
    deaths = system.death_rate * pop
    return births - deaths
```

`growth_func1` argüman olarak içerisinde bulunulan yılı, mevcut nüfusu ve bir `System` nesnesini alır ve içerisinde bulunulan yıl boyunca oluşan net nüfus artışını döndürür.

Bu fonksiyon `t`'yi kullanmaz, dolayısıyla `t`'yi dışarıda bırakabiliriz. Ancak, `t`'nin gerekli olduğu başka artış fonksiyonları da göreceğiz ve kullanılsın veya kullanılmasın bu fonksiyonların hepsinin aynı parametreleri alması uygundur. Artık herhangi bir modeli çalıştıran bir fonksiyon yazabiliriz:

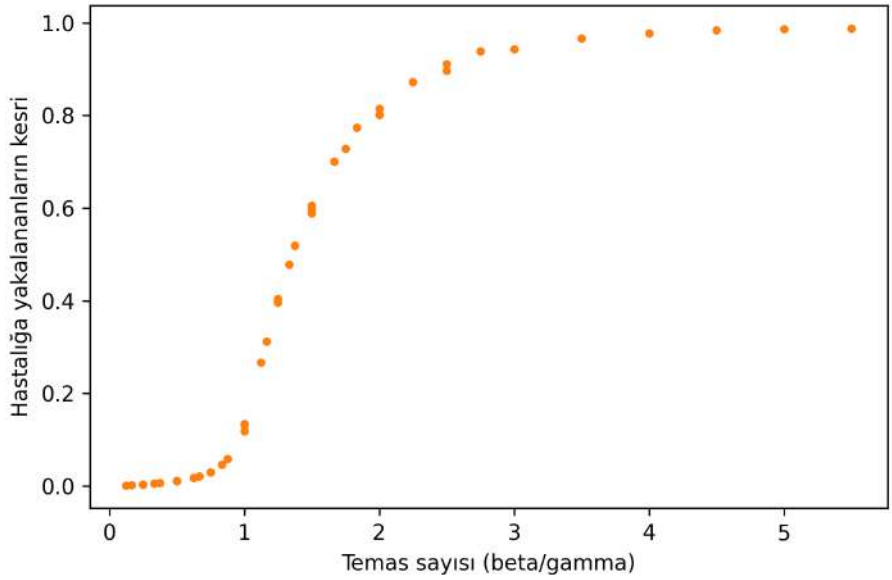
```
def run_simulation(system, growth_func):
    results = TimeSeries()
    results[system.t_0] = system.p_0

    for t in range(system.t_0, system.t_end):
        growth = growth_func(t, results[t], system)
        results[t+1] = results[t] + growth

    return results
```

Bu fonksiyon daha önceleri görmediğimiz bir özelliği tanıtmaktadır: Bu fonksiyon bir fonksiyonu parametre olarak almaktadır! `run_simulation` fonksiyonunu çağırdığımızda, ikinci parametre bir sonraki yıl için nüfusu hesaplayan `growth_func1` gibi bir fonksiyondur.

Aşağıda bu fonksiyonu nasıl çağıracağımız gösterilmiştir:

```
results = run_simulation(system, growth_func1)
```

Bir fonksiyonu argüman olarak göndermek başka bir parametreyi göndermekle aynı şeydir. Bu örnekte `growth_func1` olan argüman `growth_func` olarak adlandırılan parametreye atanır. `run_simulation` fonksiyonunun içerisinde `growth_func` fonksiyonunu öteki fonksiyonlar gibi çağırabiliriz.



Sonuçlar en azında yaklaşık olarak tek bir eğri üzerine düşmektedir. Bu ise popülasyonun hastalığa yakalanacak kesrini tek bir parametreye, yani `beta/gamma` oranına bağlı olarak tahmin edebileceğimiz anlamına gelir. `beta` ve `gamma`'nın değerlerini ayı ayrı bilmemize gerek yoktur.

14.3 Temas Sayısı

Bölüm 11'den, belirli bir gündeki yeni enfeksiyon sayısının βsiN ve iyileşme sayısının γiN olduğunu hatırlayınız. Bu nicelikleri bölersek sonuç $\beta s/\gamma$ olur. Bu ise iyileşme başına düşen yeni enfeksiyon sayısıdır (popülasyonun bir kesri olarak).

Savunmasız bir popülasyona yeni bir hastalık girdiği zaman s yaklaşık olarak 1'dir. Dolayısıyla her bir hasta kişi yoluyla hastalığa yakalanan insan sayısı β/γ olur. Bu oran temas sayısı veya temel çoğalma sayısı olarak adlandırılır. Geleneksel olarak bu sayı R_0 ile gösterilir fakat SIR modeli bağlamında bu gösterim kafa karıştırıcıdır. Bu yüzden R_0 yerine c kullanacağız.

Bir önceki kısımdaki sonuçlar c ile toplam enfeksiyon sayısı arasında bir ilişki olduğunu öne sürmektedir. Bu ilişkiyi Bölüm 11'deki diferansiyel denklemleri analiz ederek türetebiliriz:

$$\frac{ds}{dt} = -\beta si$$
$$\frac{di}{dt} = \beta si - \gamma i$$
$$\frac{dr}{dt} = \gamma i$$

Boyutsuz bir nicelik olan c'yi elde etmek için temas oranını enfeksiyon oranına bölmüştük. Aynı şekilde oranların oranını elde etmek için di/dt'yi ds/dt'ye böleceğiz:

$$\frac{di}{ds} = \frac{\beta si - \gamma i}{-\beta si}$$

Bunu aşağıdaki gibi basitleştirebiliriz:

$$\frac{di}{ds} = -1 + \frac{\gamma}{\beta s}$$

β/γ yerine c koyarak aşağıdakini yazabiliriz:

$$\frac{di}{ds} = -1 + \frac{1}{cs}$$

Bir diferansiyel denklemi bir başka diferansiyel denkleme bölmek alışılmış bir durum değildir fakat burada kullanışlıdır. Çünkü i, s ve c arasında zamana bağlı olmayan bir ilişki verir bize. Bu ilişkiden yola çıkarak, c'yi s'nin son değeriyle ilişkilendiren bir denklem türetebiliriz. Teoride, bu denklem bir salgının gidişatını gözlemlemek suretiyle c'yi çıkarsamayı mümkün kılar.

Aşağıda bu türetme işinin nasıl yürüdüğü görülmektedir. Bir önceki denklemin her iki tarafını ds ile çarparız:

$$di = \left(-1 + \frac{1}{cs}\right) ds$$

ve ardından, her iki tarafın integralini alırız:

$$i = -s + \frac{1}{c} \log s + q$$

Burada q bir integral sabitidir. Terimleri yeniden düzenlersek:

$$q = i + s - \frac{1}{c} \log s$$

Şimdi q'nun ne olduğunu bulup bulamayacağımıza bakalım. Bir salgının başlangıcında hastalığa yakalananların kesri küçükse ve neredeyse herkes savunmasızsa, q'yu hesaplamak için $i(0) = 0$ ve $s(0) = 1$ yaklaşımlarını kullanabiliriz:

$$q = 0 + 1 + \frac{1}{c} \log 1$$

$\log 1 = 0$ olduğundan, $q = 1$'i elde ederiz.

Şimdi, salgının sonunda $i(\infty) = 0$ ve $s(\infty)$'un bilinmeyen bir nicelik olan s_∞ olduğunu varsayalım. Şimdi aşağıdakine sahibiz:

$$q = 1 = 0 + s_\infty - \frac{1}{c} \log s_\infty$$

c için çözerek aşağıdakini elde ederiz:

$$c = \frac{\log s_\infty}{s_\infty - 1}$$

c ile s_∞'u ilişkilendirmek suretiyle bu denklem, verilere dayalı olarak c'yi kestirmeyi ve muhtemelen gelecekteki salgınların davranışını tahmin etmeyi mümkün kılar.

14.4 Analiz ile Simülasyonu Karşılaştırmak

Bu analitik sonucu simülasyon sonuçlarıyla karşılaştıralım. s_∞ için bir değerler dizisi oluşturacağız:

```
s_inf_array = linspace(0.003, 0.99, 50)
```

ve c'nin ilgili değerlerini hesaplayacağız:

```
from numpy import log

c_array = log(s_inf_array) / (s_inf_array - 1)
```

Hastalığa yakalananların toplamını elde etmek için $s(0)$ ve $s(\infty)$ arasındaki farkı hesaplıyoruz ve ardından, sonuçları bir `Series` içerisine depoluyoruz:

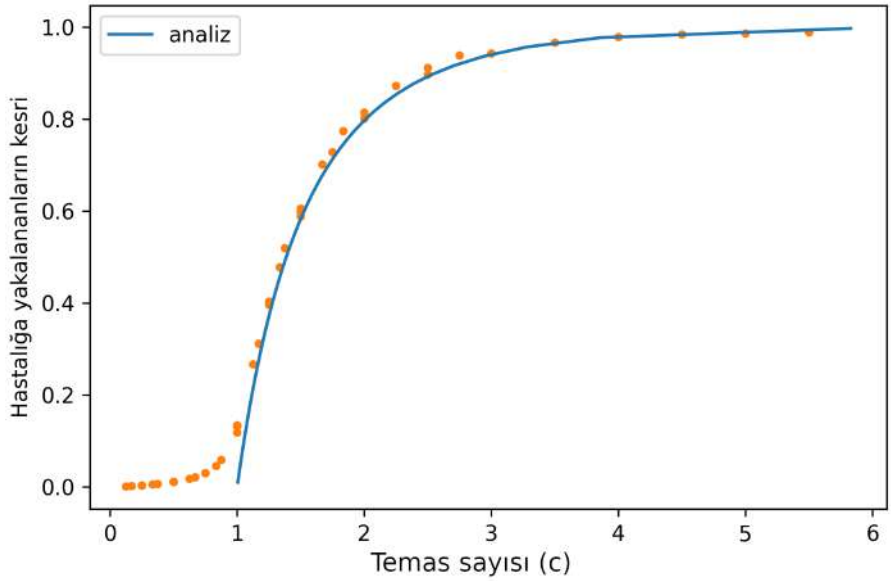
```
frac_infected = 1 - s_inf_array
```

ModSim kütüphanesi, `c_array` ve `frac_infected`'i bir pandas `Series` içerisine koymak için kullanabileceğimiz `make_series` isimli bir fonksiyon sağlar:

```
frac_infected_series = make_series(c_array, frac_infected)
```

Artık sonuçları çizdirebiliriz:

```
plot_sweep_frame(frame)
frac_infected_series.plot(label='analiz')

decorate(xlabel='Temas sayısı (c)',
             ylabel='Hastalığa yakalananların kesri')
```



Temas sayısı 1'i aştığında analiz ve simülasyon uyumludur. Temas sayısı 1'den küçük olduğunda ise uyumlu değildirler: Analiz sonuçları hiçbir enfeksiyonun olmaması gerektiğini söylerken, simülasyonlarda az sayıda enfeksiyon vardır.

Farklılığın nedeni, simülasyonun zamanı ayrık gün serilerine bölmesi, buna karşın analizin zamana sürekli bir nicelik olarak muamele etmesidir. Temas sayısı büyük olduğunda iki model uyumlu olur. Temas sayısı küçük olduğunda ise iki model birbirinden ayrışır.

14.5 Temas Sayısını Kestirmek

Bir önceki şekil, temas sayısını bildiğimizde, popülasyon içerisinde hastalığa yakalanacakların kesrini sadece birkaç aritmetik işlemle kestirebileceğimizi göstermektedir. Simülasyon gerçekleştirmemiz gerekmemektedir.

Şekli öteki türlü de okuyabiliriz. Geçmiş bir salgında popülasyonun hangi kesrinin etkilendiğini bilirsek, temas sayısını kestirebiliriz. Daha sonra, örneğin

15.4 Newton'un Soğuma Yasası

Newton'un soğuma yasası, bir nesnenin sıcaklığındaki değişim oranının, nesne ile nesneyi çevreleyen ortam arasındaki sıcaklık farkıyla doğru orantılı olduğunu ileri sürer:

$$\frac{dT}{dt} = -r(T - T_{env})$$

Burada t zaman, T nesnenin sıcaklığı, T_{env} ortamın sıcaklığı ve r ise ısının nesne ile ortam arasında ne kadar hızlı aktarıldığını belirten bir sabittir.

Newton'un "yasası" gerçekten bir modeldir: Bazı koşullarda iyi bir yaklaşım iken, öteki koşullarda o kadar iyi değildir. Örneğin ısı transferinin birincil mekanizması iletim ise Newton'un yasası "doğrudur". Yani r geniş bir sıcaklık aralığında sabittir. Ve bazı zamanlar malzemenin özellikleri ve nesnenin şekline dayalı olarak r'yi kestirebiliriz.

Konveksiyon, ısı transferinin ihmal edilemez bir kısmına katkıda bulunduğunda, r sıcaklığa bağlı olur fakat Newton'un yasası en azından dar bir sıcaklık aralığında çoğu zaman yeterince doğrudur. Bu durumda r; yüzey şekli, hava akışı, buharlaşma ve diğer unsurlara bağlı olduğundan, deneysel olarak kestirilmelidir.

Radyasyon, ısı transferinin önemli bir kısmını oluşturduğunda, Newton'un yasası hiç iyi bir model değildir. Uzaydaki veya vakumdaki nesneler veya yüksek sıcaklıktaki (örneğin birkaç yüz santigrat dereceden daha sıcak) nesneler için bu durum geçerlidir. Ancak kahvenin soğuması gibi bir durumda Newton'un modelinin oldukça iyi olmasını bekleriz.

Bununla birlikte vereceğimiz sadece bir modelleme kararı bulunur: Kahve ve bardağa ayrı nesneler olarak mı, yoksa tek bir nesne olarak mı muamele edeceğiz. Bardak kâğıttan yapılmışsa kütlesi kahveden azdır ve özgül ısı kapasitesi de düşüktür. Bu durumda bardağa ve kahveye tek bir nesne olarak muamele etmek mantıklıdır. Seramik kupa gibi önemli bir termal kütleye sahip bir bardak söz konusu olduğunda, kahve ve bardağın sıcaklığını ayrı ayrı hesaplayan bir model düşünebiliriz.

15.5 Newton Soğumasını Gerçeklemek

Başlamak için kahveye odaklanacağız. Ardından, bir alıştırma olarak sütü simüle edebilirsiniz. Bir sonraki bölümde kahveyi ve sütü kelimenin tam anlamıyla bir araya getireceğiz.

Aşağıda bir sistemin parametrelerini alan ve bir `System` nesnesi oluşturan fonksiyon görülmektedir:

```
def make_system(T_init, volume, r, t_end):
    return System(T_init=T_init,
                  T_final=T_init,
                  volume=volume,
                  r=r,
                  t_end=t_end,
                  T_env=22,
                  t_0=0,
                  dt=1)
```

Parametrelere ilave olarak `make_system`, `T_env` ortam sıcaklığını, `t_0` başlangıç zaman damgasını ve soğuma sürecini simüle etmek için kullanacağımız `dt` zaman adımını belirler.

Aşağıda kahveyi temsil eden bir `System` nesnesi görülmektedir:

```
coffee = make_system(T_init=90, volume=300, r=0.01, t_end=30)
```

`T_init`, `volume` ve `t_end` değerleri problemin ifade edilişinden gelmektedir. `r`'nin değerini şimdilik keyfi olarak seçiyorum. `r`'nin nasıl kestirileceğini yakında göreceğiz.

Aslına bakılırsa Newton'un yasası bir diferansiyel denklemdir fakat kısa bir zaman aralığında bu denkleme bir fark denklemiyle yaklaşabiliriz:

$$\Delta T = -r(T - T_{env})dt$$

Burada dt zaman adımı ve ΔT ise bu zaman adımı boyunca sıcaklıkta meydan gelen değişikliktir.

Not

ΔT'yi sıcaklıkta zamanla meydana gelen değişimi belirtmek için kullanıyorum. Fakat ısı transferi bağlamında ΔT'nin bir nesne ve bu nesnenin içerisinde bulunduğu ortam arasındaki ΔT sıcaklık farkını belirtmek için kullanıldığını da görebilirsiniz. Kafa karışıklığını en aza indirgemek için ikinci kullanımdan kaçınıyorum.

Aşağıdaki fonksiyon mevcut zaman olan `t`'yi, mevcut sıcaklık olan `T`'yi ve bir `System` nesnesini alır ve bir zaman adımı boyunca sıcaklıkta meydana gelen değişimi hesaplar:

```
def change_func(t, T, system):
    r, T_env, dt = system.r, system.T_env, system.dt
    return -r * (T - T_env) * dt
```

Bu fonksiyonu kahvenin başlangıç sıcaklığıyla şu şekilde test edebiliriz:

```
change_func(0, coffee.T_init, coffee)
```

```
-0.68
```

`dt = 1` dakika olduğunda, sıcaklık, `r`'nin en azından bu değeri için yaklaşık 0.7°C düşer.

Şimdi ise aşağıda `run_simulation` fonksiyonunun `t_0`'dan `t_end`'e kadar olan bir zaman serisini simüle eden versiyonu bulunmaktadır:

```
def run_simulation(system, change_func):
    t_array = linrange(system.t_0, system.t_end, system.dt)
    n = len(t_array)

    series = TimeSeries(index=t_array)
    series.iloc[0] = system.T_init

    for i in range(n-1):
        t = t_array[i]
        T = series.iloc[i]
        series.iloc[i+1] = T + change_func(t, T, system)

    system.T_final = series.iloc[-1]
    return series
```

Burada `run_simulation` fonksiyonunun önceki versiyonlarından farklı olan iki şey vardır.

İlk olarak, `dt` zaman adımıyla birlikte `t_0`'dan `t_end`'e kadar olan bir değerler dizisi oluşturmak için `linrange` fonksiyonunu kullanıyoruz. `linrange` fonksiyonu `linspace` fonksiyonuna benzerdir. Her ikisi de bir başlangıç ve bir bitiş değeri alır ve eşit aralıklı bir değerler dizisi döndürür. Farkları ise üçüncü argümandadır: `linspace` aralıktaki nokta sayısını belirten bir tam sayı alırken, `linrange` değerler arasındaki aralığı belirten bir adım büyüklüğü alır. `TimeSeries` oluştururken, `TimeSeries`'in indeksinin zaman damgaları dizisi olan `t_array` olduğunu belirtmek için anahtar kelime argümanı `index`'i kullanırız.

İkinci olarak, `run_simulation` fonksiyonunun bu versiyonu `TimeSeries`'teki satırları belirtmek için loc'dan ziyade iloc kullanır. Fark şudur:

- `loc` ile birlikte köşeli parantezler içerisindeki etiket herhangi türde bir değer olabilir. Yani herhangi bir başlangıç, bitiş ve zaman adımı. Örneğin

dünya nüfusu modelinde etiketler 1950 ile başlayan ve 2016 ile biten yıllardır.

- `iloc` ile birlikte köşeli parantezler içerisindeki etiket her zaman 0 ile başlayan bir tam sayıdır. Dolayısıyla etiketlerin ne olduğuna bakmaksızın, her zaman ilk elemanı `iloc[0]` ve son elemanı `iloc[-1]` ile elde edebiliriz.

`run_simulation` fonksiyonunun bu versiyonunda döngü değişkeni tam sayı olan `i`'dir ve 0 dâhil, `n-1` dâhil olmamak üzere 0'dan `n-1`'e kadar gitmektedir. Dolayısıyla döngüde ilk seferde `i`, 0'dır ve `TimeSeries`'e eklediğimiz değerin indeksi 1'dir. Döngüde son seferde i, `n-2`'dir ve eklediğimiz değerin indeksi ise `n-1`'dir.

Simülasyonu şu şekilde çalıştırabiliriz:

```
results = run_simulation(coffee, change_func)
```

Sonuç, zaman adımı başına bir satırla birlikte bir `TimeSeries`'tir. İşte ilk birkaç satır:

```
show(results.head())
```

Time	Quantity
0.0	90.000000
1.0	89.320000
2.0	88.646800
3.0	87.980332
4.0	87.320529

Ve son birkaç satır:

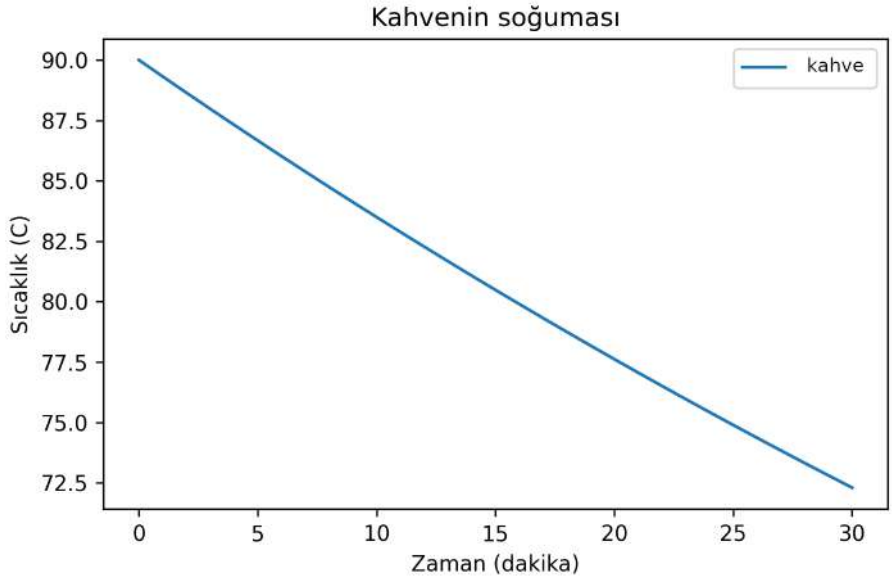
```
show(results.tail())
```

Time	Quantity
26.0	74.362934
27.0	73.839305
28.0	73.320912
29.0	72.807702
30.0	72.299625

`t_0=0`, `t_end=30` ve `dt=1` olmak üzere, zaman damgası 0.0'dan 30.0'a kadar gider.

`TimeSeries` aşağıdaki gibidir:

```
results.plot(label='kahve')
decorate(xlabel='Zaman (dakika)',
            ylabel='Sıcaklık (C)',
            title='Kahvenin soğuması')
```



30 dakika sonra sıcaklık 72.3°C'dir. Bu ise eşleştirmeye çalıştığımız ölçüm olan 70°C'den biraz yüksektir:

```
coffee.T_final
```

```
72.2996253904031
```

Son sıcaklığın tam olarak 70°C olduğu `r` değerini bulmak için deneme yanılma yöntemiyle hareket edebiliriz fakat kök bulma algoritmasını kullanmak daha verimlidir.

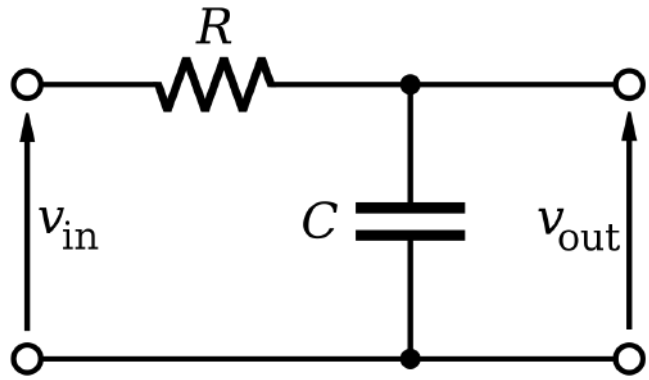
15.6 Kökleri Bulmak

ModSim kütüphanesi doğrusal olmayan denklemlerin köklerini bulan `root_scalar` isimli bir fonksiyon sağlar. Örneğin aşağıdaki polinomun köklerini bulmak istediğinizi farz ediniz:

defterini insülin modelini gerçeklemek, verilere en iyi uyan parametreleri bulmak ve ϕ_1 ve ϕ_2'yi kestirmek için kullanınız. Bu not defterini *https://github.com/AllenDowney/ModSimPy/raw/master/examples/insulin.ipynb* adresinden indirebilir veya *https://colab.research.google.com/github/AllenDowney/ModSimPy/blob/master/examples/insulin.ipynb* adresinde Colab üzerinde çalıştırabilirsiniz.

19.3 Alçak Geçiren Filtre

Şekil 19.1'deki devre şeması bir direnç ve bir kondansatörle oluşturulan alçak geçiren filtreyi göstermektedir.



Şekil 19.1: Bir RC filtresinin devre şeması

Filtre denilen şey, V_{in} gibi bir sinyali giriş olarak alan ve V_{out} gibi bir sinyali çıkış olarak veren bir devredir. Bu bağlamda sinyal denilen şey, zamanla değişen bir gerilimdir (voltajdır).

Bir filtre, düşük frekanslı bir sinyalin V_{in}'den V_{out}'a değişmeden geçmesine izin veriyorsa fakat yüksek frekanslı sinyallerin genliğini azaltıyorsa alçak geçiren filtredir.

Devre analizi yasalarını uygulayarak, sistemin davranışını açıklayan bir diferansiyel denklem türetebiliriz. Diferansiyel denklemi çözmek suretiyle bu devrenin herhangi bir giriş sinyali üzerindeki etkisini tahmin edebiliriz.

Belirli bir andaki V_{in} ve V_{out}'un verilmiş olduğunu farz ediniz. Dirençlerin davranışının basit bir modeli olan Ohm yasasına göre dirençten geçen anlık akım:

$$I_R = (V_{in} - V_{out})/R$$

Burada R ohm (Ω) cinsinden dirençtir.

Devrenin çıkışından hiçbir akımın akmadığı varsayılarak, Kirchhoff'un akım yasasına göre kondansatörden geçen akım şu şekilde ifade edilir:

$$I_C = I_R$$

Kondansatörlerin davranışının basit modeline göre kondansatörden geçen akım, kondansatörün uçları arasındaki gerilimde bir değişikliğe neden olur:

$$I_C = C\frac{dV_{out}}{dt}$$

Burada C, farad (F) cinsinden kapasitanstır. Bu denklemleri birleştirmek, V_{out} için aşağıdaki diferansiyel denklemi verir:

$$\frac{dV_{out}}{dt} = \frac{V_{in} - V_{out}}{RC}$$

Bu kitabın GitHub deposunda bu örnek durum incelemesi için başlangıç kodunu içeren filter.ipynb isimli bir not defteri bulacaksınız. Bu not defterini *https://github.com/AllenDowney/ModSimPy/raw/master/examples/filter.ipynb* adresinden indirebilir veya *https://colab.research.google.com/github/AllenDowney/ModSimPy/blob/master/examples/filter.ipynb* adresinde Colab üzerinde çalıştırabilirsiniz. Aşağıdakine benzer giriş sinyalleri için alçak geçiren filtreyi simüle etmek için talimatları takip ediniz:

$$V_{in}(t) = A\cos(2\pi ft)$$

Burada A, girdi sinyalinin genliğidir. Örneğin 5 V ve f, sinyalin hertz (Hz) cinsinden frekansıdır.

19.4 Bir Duvarın Termal Davranışı

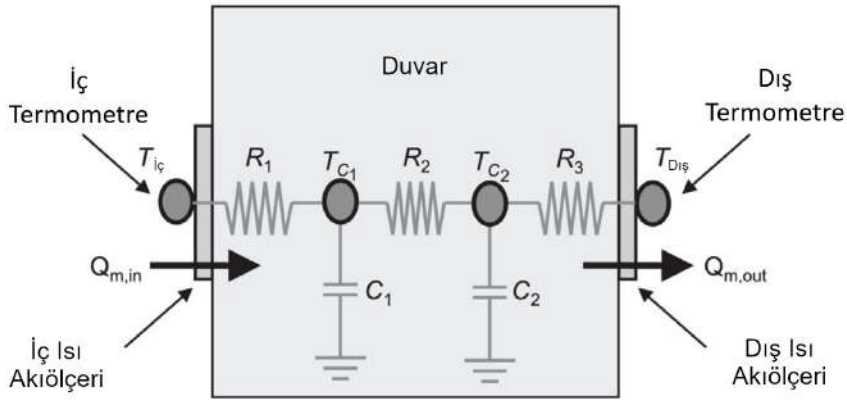
Bu örnek durum incelemesi, Gori vd.'nin, "binaların beklenen enerji kullanımları ile ölçülen enerji kullanımları arasındaki performans farkını" anlama amacıyla bir tuğla duvarın termal davranışını modelleyen makalesine dayanmaktadır.

Şekil 19.2 senaryoyu ve Gori vd.'nin duvar modelini göstermektedir.

Duvarın iç ve dış yüzeylerindeki sıcaklığı ve ısı akısını (ısı akışı oranı) üç gün boyunca ölçerler. Yüzeylere ve birbirine termal dirençlerle bağlanan iki termal kütleyi kullanarak duvarı modellerler.

Makalenin birincil metodolojisi sistemin parametrelerini çıkarsamaya yönelik istatistiksel bir yöntemdir (iki termal kütle ve üç ısıl direnç).

Birincil sonuç iki modelin karşılaştırılmasıdır: Burada gösterilen iki termal kütleye sahip model ve sadece bir termal kütleye sahip daha basit olan model. İki kütleli modelin ölçülmüş akıları önemli ölçüde daha iyi üretebildiğini buldular.



Şekil 19.2: Bir duvarın termal davranışının modeli (Gori vd., 2017)

Bu örnek durum incelemesi için onların modelini gerçekleyecek ve makaledeki kestirilen parametrelerle modeli çalıştıracağız ve ardından, daha az hata veren parametreler bulup bulamayacağımızı görmek için `leastsq` fonksiyonunu kullanacağız.

Bu kitabın GitHub deposunda bu örnek durum incelemesine yönelik kod ve sonuçların olduğu *wall.ipynb* isimli bir not defteri bulacaksınız. Bu not defterini *https://github.com/AllenDowney/ModSimPy/raw/master/examples/wall.ipynb* adresinden indirebilir veya *https://colab.research.google.com/github/AllenDowney/ModSimPy/blob/master/examples/wall.ipynb* adresinde Colab üzerinde çalıştırabilirsiniz.

Bu örnek durum incelemesi Gori, Marincioni, Biddulph ve Elwell tarafından 2017 yılında Energy and Buildings dergisinde yayınlanan "Inferring the Thermal Resistance and Effective Thermal Mass Distribution of a Wall from In Situ Measurements to Characterise Heat Transfer at Both the Interior and Exterior Surfaces" isimli makaleye dayanmaktadır (makale, *https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378778816313056* adresinde mevcuttur). Yazarlar makalelerini Creative Commons lisansıyla çıkarmış ve verilerini *https://discovery.ucl.ac.uk/id/* eprint/1526521 adresinde kullanıma sunmuştur. Onlara bu örnek durum incelemesini mümkün kılan açık, tekrarlanabilir bilime olan bağlılıkları için teşekkür ediyorum.

Dizin